

Lei de indução de Faraday



Prof. Fábio de Oliveira Borges

Curso de Física II

Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense

Niterói, Rio de Janeiro, Brasil

<http://cursos.if.uff.br/fisica2-2015/>

Indução

Aprendemos que:

Uma espira condutora percorrida por uma corrente i na presença de um campo magnético sofre ação de um torque:

espira de corrente + campo magnético $\Rightarrow$ torque

Será que...

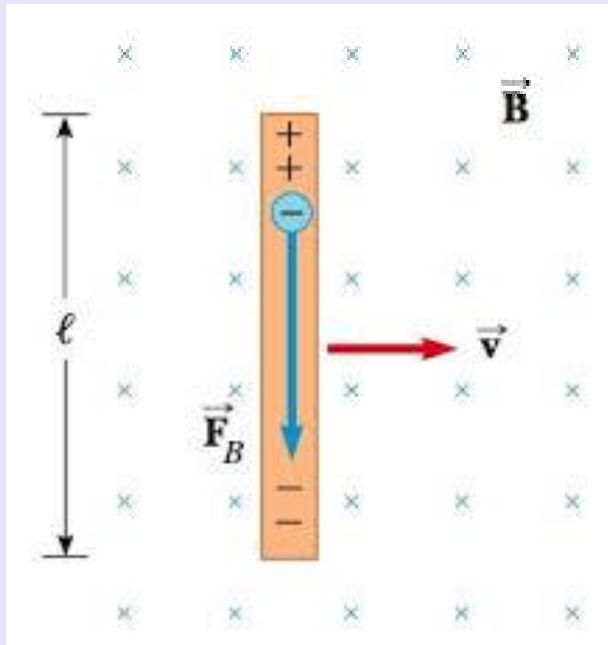
Uma espira sem corrente ao girar no interior de uma região onde há um campo magnético B , faz aparecer uma corrente i na espira? Isto é:

torque + campo magnético $\Rightarrow$ corrente?

Força eletromotriz de movimento

fem de movimento → é a fem induzida num condutor que se move num campo magnético.

Barra metálica movendo-se transversalmente numa região de campo B com velocidade constante v .



Os elétrons livres da barra sofrem uma força para baixo dada por:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F_B = qvB$$



os elétrons se moverão para a extremidade inferior do condutor.

Força eletromotriz de movimento

As cargas que se acumulam nas duas extremidades criam um campo elétrico no interior do condutor e as cargas moveis sentem uma força dada por:

$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

Quando o sistema entra em equilíbrio

$$\Rightarrow F_E = F_B$$

$$qE = qvB$$

$$\Rightarrow E = vB$$

No equilíbrio o campo elétrico é constante

$$\Rightarrow V = \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = El = Blv$$

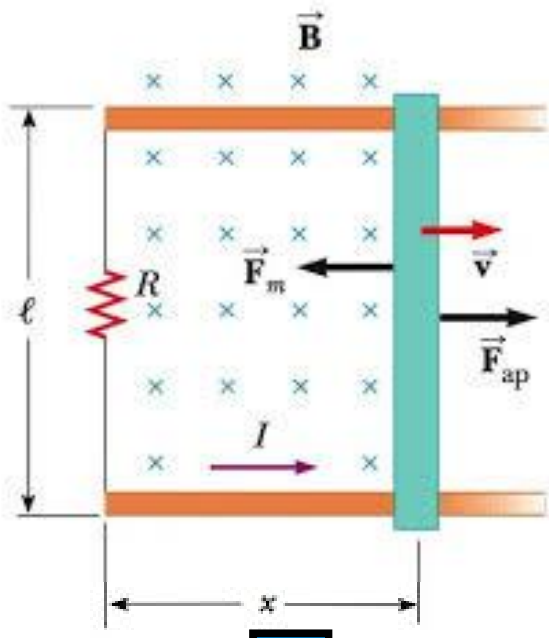
Obs: se a direção do movimento for invertida, a polaridade de V também é invertida.



Há uma ddp constante entre as extremidades do condutor enquanto houver o movimento através do campo.



Corrente induzida em um circuito



O condutor móvel desliza ao longo de um condutor em forma de U puxado por uma força externa. O trabalho realizado pela força é:

$$v = C^{te} \Rightarrow |\vec{F}_{ap}| = |\vec{F}_B|$$

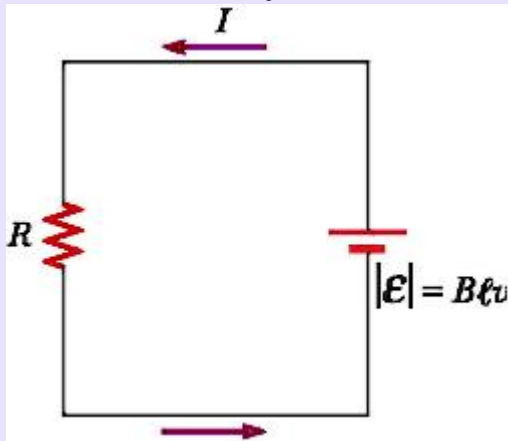
$$\text{Como } \vec{l} \perp \vec{B} \Rightarrow |\vec{F}_B| = ilB$$

$$\Rightarrow dW = \vec{F}_{ap} \cdot d\vec{x} = lBidx = lB \frac{dq}{dt} dx = lB \frac{dx}{dt} dq$$

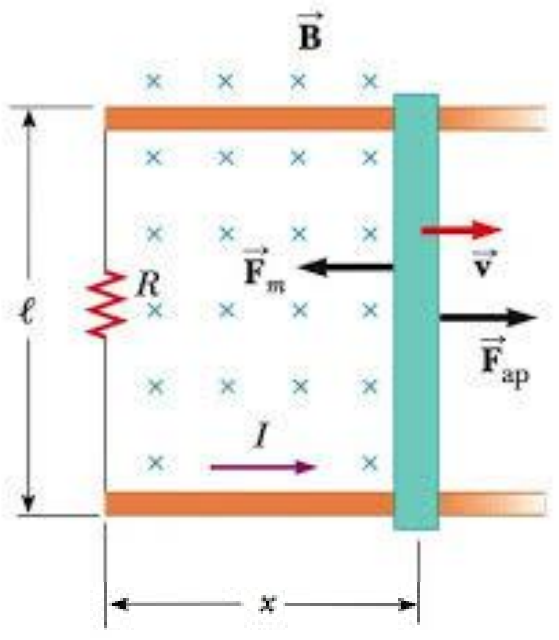
Onde podemos identificar que:

$$\varepsilon = \frac{dW}{dq} = lBv$$

Este trabalho vai produzir uma diferença de potencial entre as extremidades do condutor enquanto perdurar o movimento. O condutor em movimento corresponde a uma fem.



Corrente induzida em um circuito



Corrente no
circuito

$$\Rightarrow i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vBl}{R}$$

Dissipação de energia

A barra ao se deslocar através do campo magnético uniforme sofre uma força magnética dada por:

$$d\vec{F}_B = i d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_B = ilB$$

$$v = C^{te} \Rightarrow |\vec{F}_{ap}| = |\vec{F}_B|$$

$$\Rightarrow |\vec{F}_B| = |\vec{F}_{ap}| = ilB$$

Potência proporcionada pela força externa

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} (\vec{F}_{ap} \cdot \vec{x}) = \vec{F}_{ap} \cdot \vec{v}$$

$$\vec{F}_{ap} // \vec{v} \Rightarrow P = (ilB) v; \text{ como } i = \frac{vBl}{R} \Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R}$$



Energia dissipada pela força

$$\text{como } \varepsilon = Blv \Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R} = \frac{\varepsilon^2}{R}$$

$$\text{como } V = \varepsilon = Ri$$

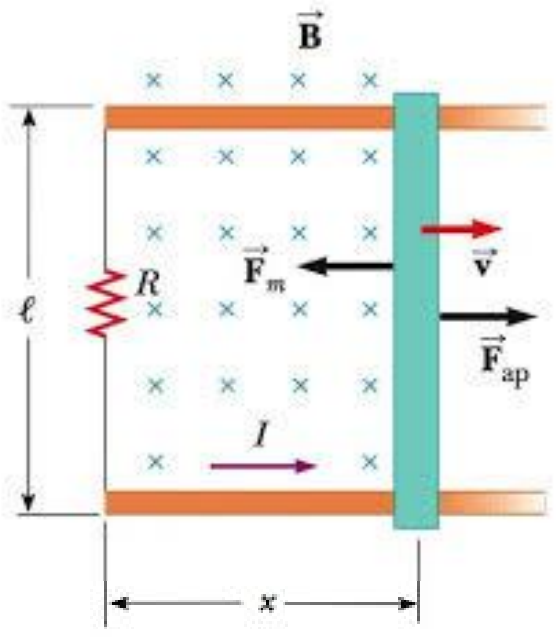
$$\Rightarrow P = \frac{(Blv)^2}{R} = i^2 R$$



A potência gerada pelo deslocamento do condutor é igual a taxa de dissipação de energia no resistor.



Lei de indução de Faraday



A fem induzida no circuito pode ser considerada de outro ponto de vista. Enquanto o condutor se move para a direita numa distância dx , a área da seção transversal do circuito aumenta:

$$dA = \ell dx$$

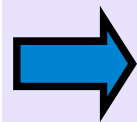
Há uma variação de fluxo magnético através da área transversal.

$$d\phi = B dA = B \ell dx$$

Como o fluxo está variando no tempo, temos:

$$\frac{d\phi}{dt} = \left(\frac{dx}{dt} \right) B \ell = v B \ell$$

$$\text{como } \varepsilon = v B \ell \Rightarrow \varepsilon = \frac{d\phi}{dt}$$



A fem induzida no circuito é numericamente igual à taxa de variação do fluxo magnético através dele.

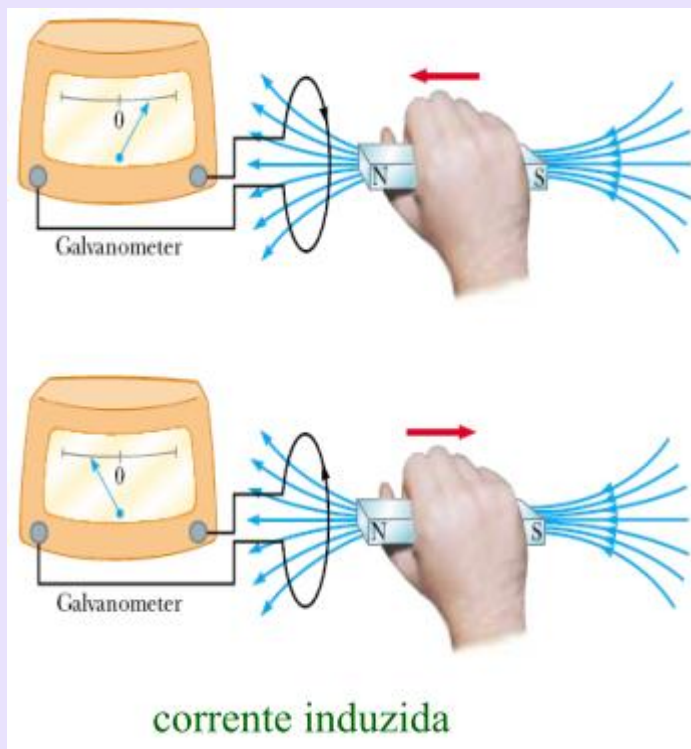
Experimentos de Faraday

Faraday observou que o movimento relativo de um conjunto de ímãs e circuitos metálicos fechados fazia aparecer nestes últimos correntes transientes.

Primeiro experimento:

Espira conectada a um galvanômetro - não há bateria! Observa-se que:

- 1- se houver movimento relativo ímã-espira, aparecerá uma corrente no galvanômetro;
- 2- quanto mais rápido for o movimento relativo, maior será a corrente na espira.



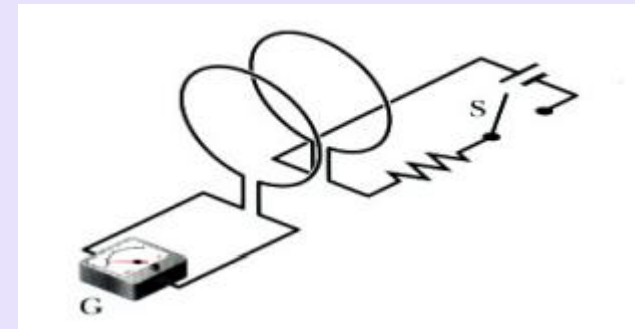
Experimentos de Faraday

Segundo experimento:

Figura ao lado: duas espiras condutoras próximas uma da outra, mas sem se tocarem.

Fechando-se a chave S (para ligar a corrente na espira da direita) aparece um pico momentâneo de corrente no galvanômetro G.

Abrindo-se a chave S (para desligar a corrente), aparece um pico momentâneo de corrente no galvanômetro, no sentido oposto à da anterior.



Embora não haja movimento das espiras, temos uma corrente induzida ou uma força eletromotriz induzida (fem).

Nesta experiência, uma fem é induzida na espira somente quando o campo magnético que a atravessa estiver variando.

A Lei de Faraday da Indução

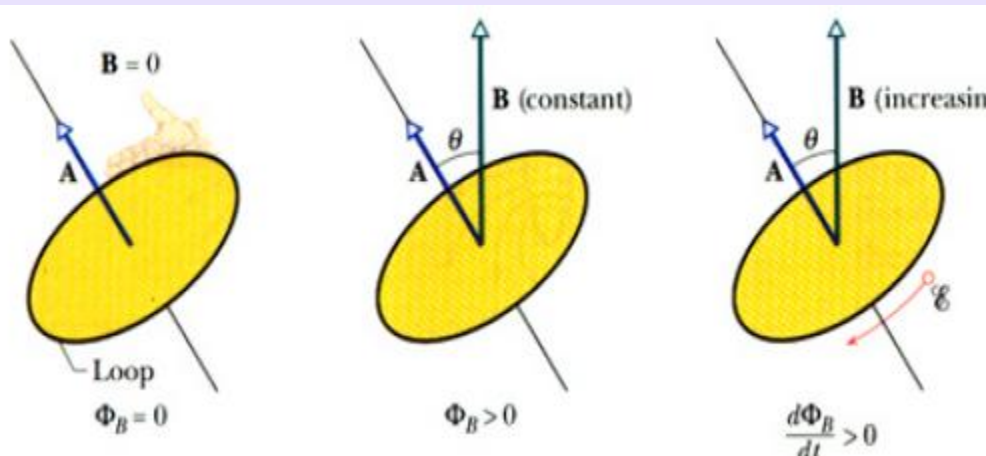
Fluxo do campo magnético:

$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

A unidade SI para fluxo é o weber (Wb)

$$1 \text{ weber} = 1 \text{ Wb} = 1 \text{ T} \cdot \text{m}^2$$

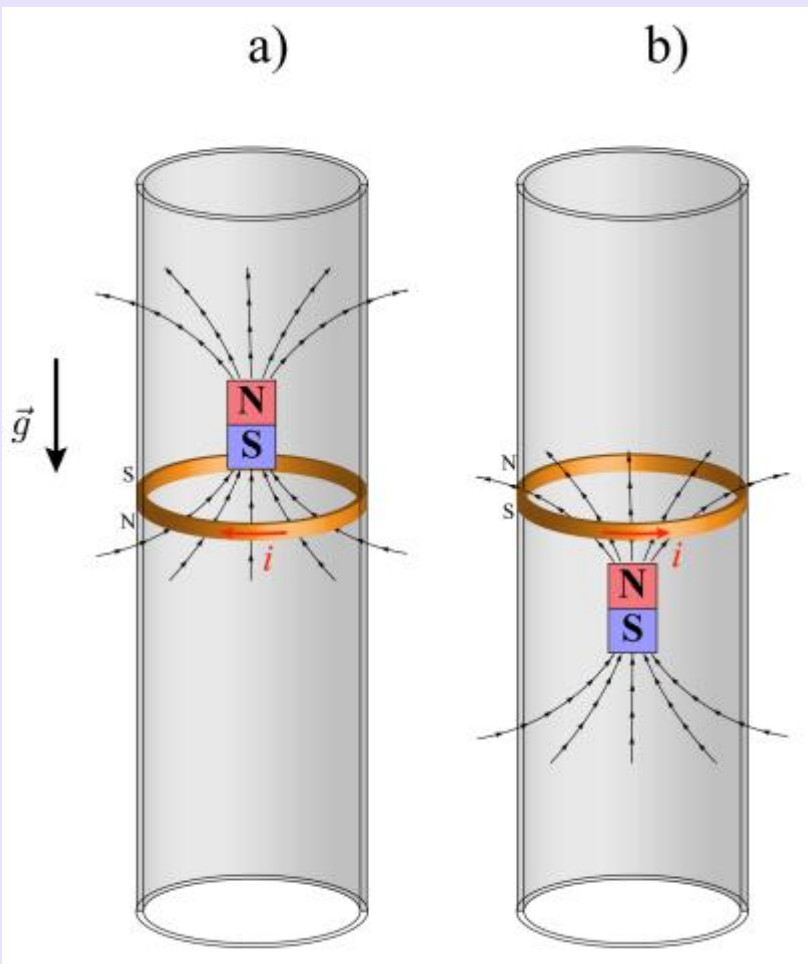
A intensidade da fem induzida é igual à taxa de variação temporal do fluxo do campo magnético :



$$\varepsilon = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de faraday})$$

O sinal negativo indica que a fem deve se opor à variação do fluxo que a produziu.

Lei de Lenz



“A polaridade da fem induzida é tal, que ela tende a provocar uma corrente que irá gerar um fluxo magnético que se opõe à variação do fluxo magnético através do circuito fechado,”

⇒ Se a corrente na espira não opôr-se a variação do fluxo, o ímã seria atraído pela espira, se acelerando em sua direção. A energia cinética do ímã iria aumentar violando a conservação da energia.

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

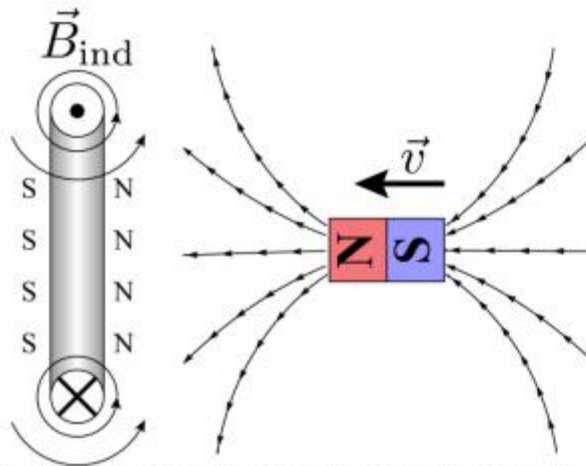
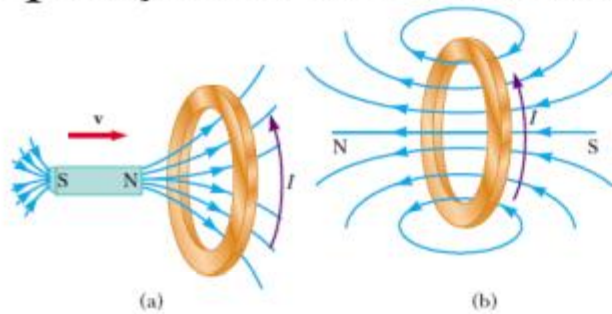

O sinal negativo vem do fato de que a fem induzida se opõe à mudança de fluxo. (lei de Lenz)



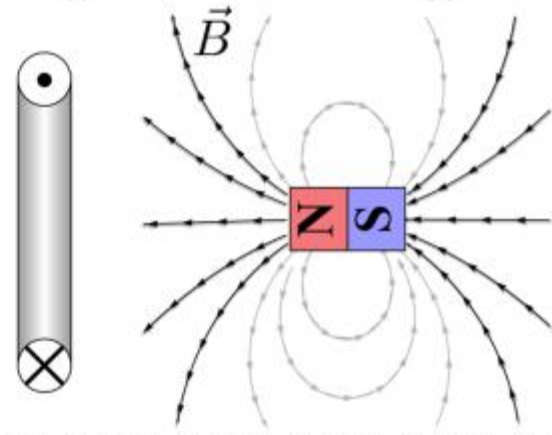
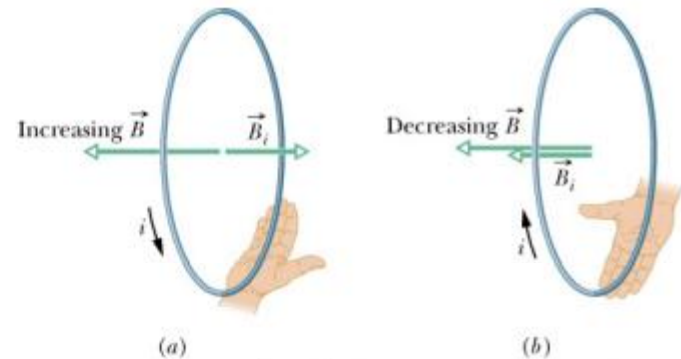
Contra fluxo (Lei de Lenz)

O sentido da corrente induzida é tal que o campo que ela produz se opõe à variação do fluxo magnético que a produziu.

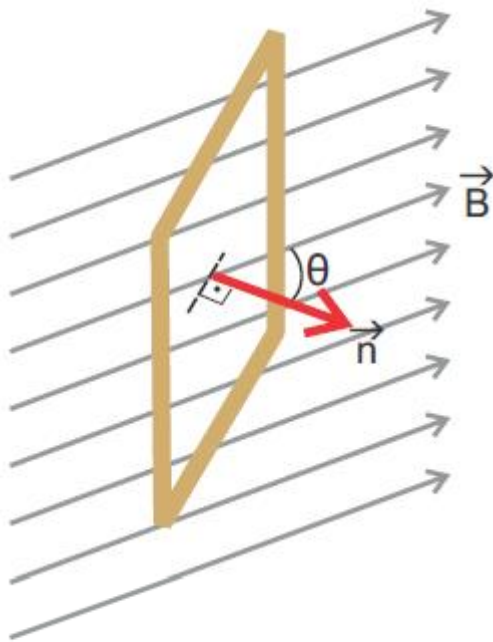
Oposição ao movimento



Oposição à variação do fluxo



Formas de induzir uma fem num circuito



$$\Rightarrow \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = BA \cos \theta$$

$$\Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$

1) O módulo de $\mathbf{B}$ variar com o tempo

$$\vec{B} = \vec{B}(t)$$

2) A área da espira variar com o tempo

$$\vec{A} = \vec{A}(t)$$

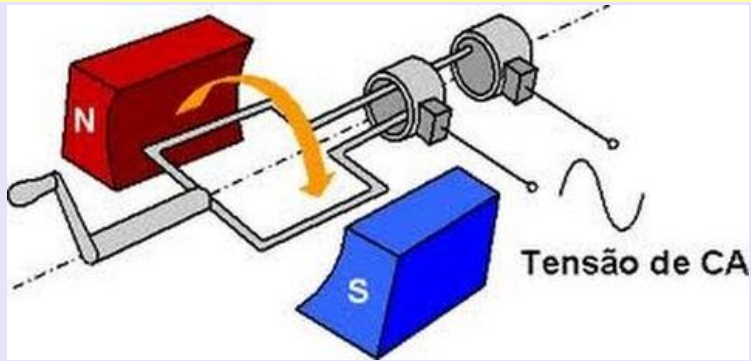
3) O ângulo θ entre $\mathbf{B}$ e a normal ao plano da espira variar com o tempo.

$$\theta = \theta(t)$$

4) Qualquer combinação das anteriores.

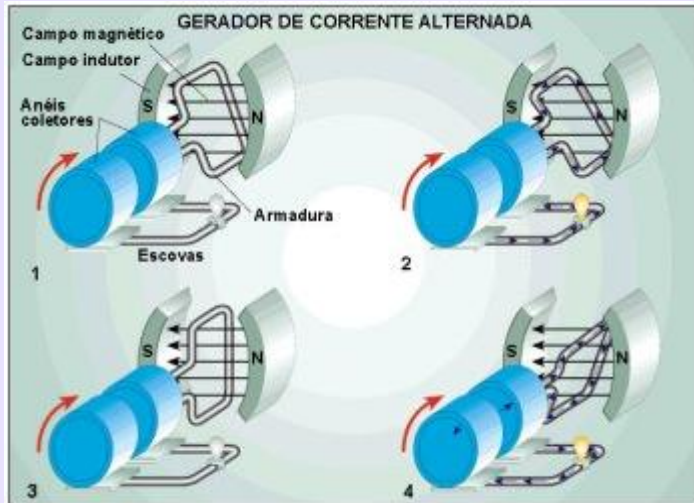


Indução e gerador de corrente senoidal



Uma espira é rodada numa região de campo $\mathbf{B}$ com velocidade angular ω constante.

Com $\Phi_B = \Phi_B(t)$, aparece uma fem induzida na espira. Logo, temos uma corrente circulando que varia senoidalmente com t .

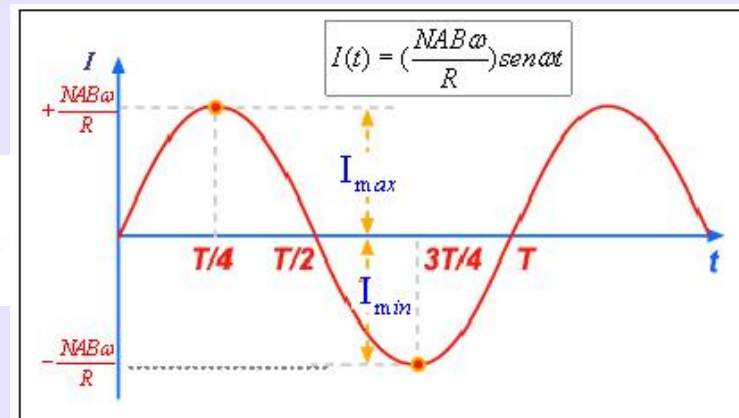


$$\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \cos \theta dA = BA \cos \theta$$

$$\theta = \theta_0 + \omega t, \text{ fazendo } \theta_0 = 0 \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = BA\omega \sin(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = \frac{BA\omega}{R} \sin(\omega t) \Rightarrow$$



Dínamo de Faraday

Como exemplo, discutiremos o dínamo de Faraday, usado para gerar uma fem induzida num disco metálico em rotação. A rotação produz um campo elétrico em que depende da velocidade em cada ponto do disco, ou seja:

$$q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\text{como } \vec{v} \perp \vec{B} \text{ e sendo } v = \frac{dl}{dt} = \frac{d\theta}{dt}r = \omega r$$

$$\Rightarrow E(r) = \omega r B$$

Dessa forma a diferença de potencial será:

$$\varepsilon = \int \vec{E}(r) d\vec{r} = \frac{1}{2} \omega R^2 B$$

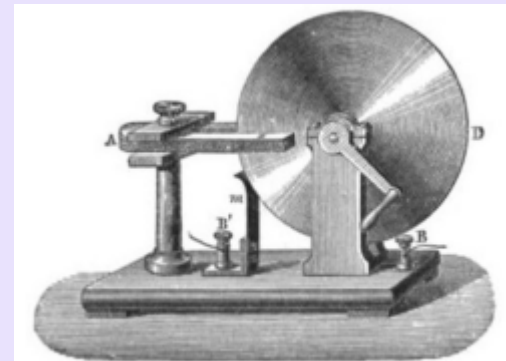


Ilustração do dínamo de Faraday



Campos elétricos induzidos

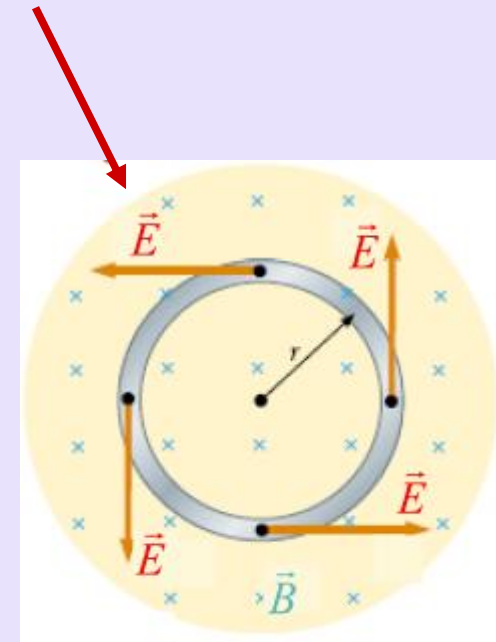
Seja um anel de cobre de raio r numa região onde há um campo magnético variável no tempo (com módulo crescendo à taxa dB/dt).

A variação temporal de $\mathbf{B}$ faz aparecer uma corrente no anel. Portanto, aparece um campo elétrico induzido no anel.

Pode-se então dizer que: **um campo magnético variável com o tempo produz um campo elétrico** (Lei de Faraday reformulada).

$$\frac{d\vec{B}}{dt} \Rightarrow \vec{E}$$

- As linhas do campo elétrico induzido são tangentes ao anel, formando um conjunto de circunferências concêntricas.



Campos elétricos induzidos

Trabalho sobre uma partícula com carga q_0 , movendo-se ao redor de uma circunferência de raio r :

$$\Delta W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = q_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (I)$$

$$(ou \Delta W = q_0 E 2\pi r)$$

Mas, também: $\rightarrow \Delta W = q_0 \varepsilon \quad (II)$

$$(onde \varepsilon = \text{fem induzida})$$

$$(I) \text{ e } (II) \Rightarrow \varepsilon = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

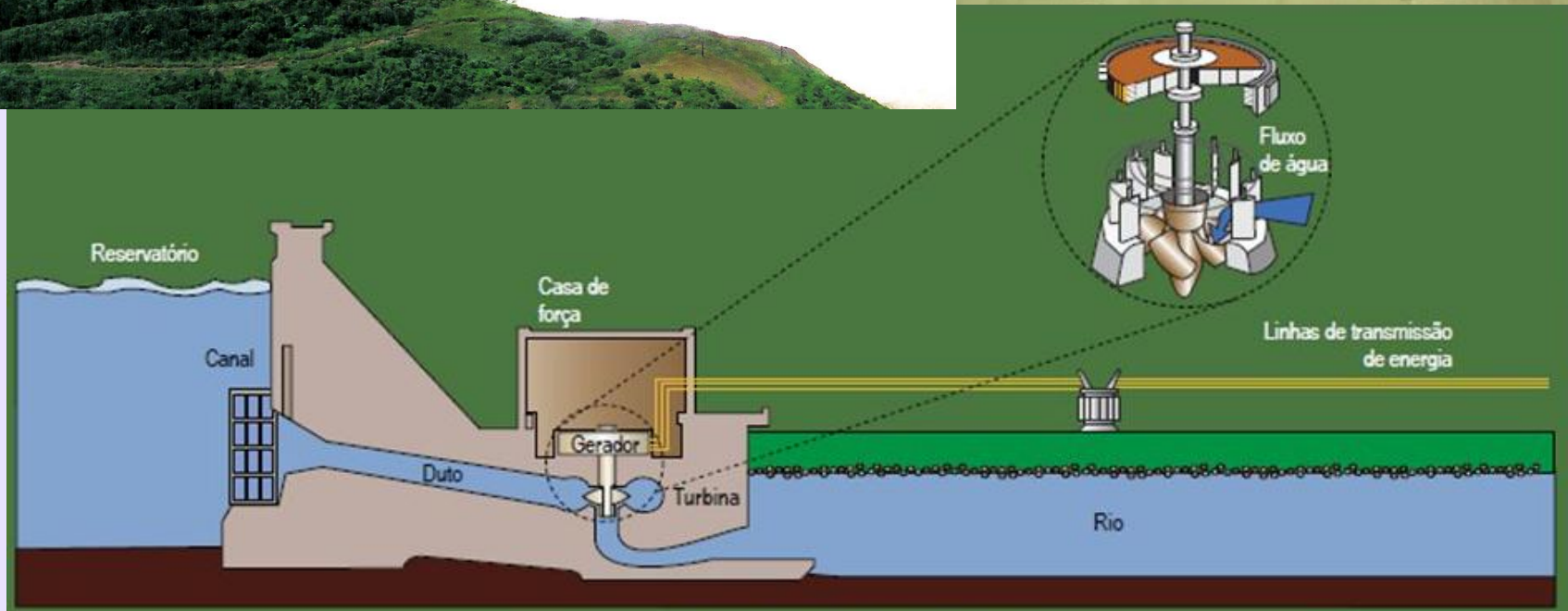
Logo,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\phi_B}{dt} \quad (\text{Lei de Faraday})$$

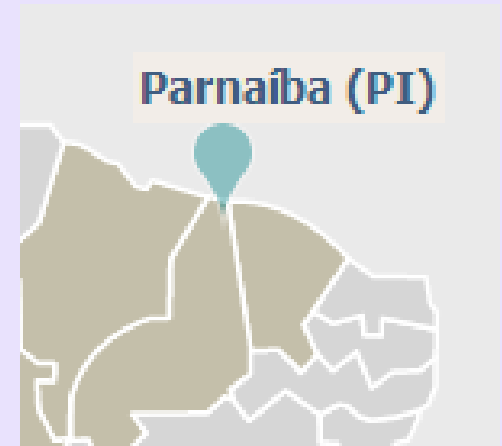
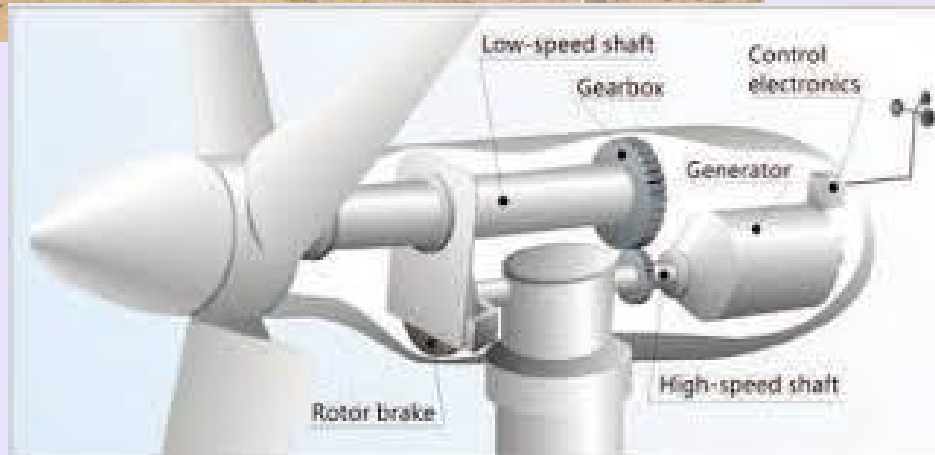
“Este resultado também vale na ausência de um condutor”

$\Rightarrow$ Note que este campo elétrico induzido não é conservativo, assim não se pode associar um potencial elétrico a este campo $\vec{E}$.

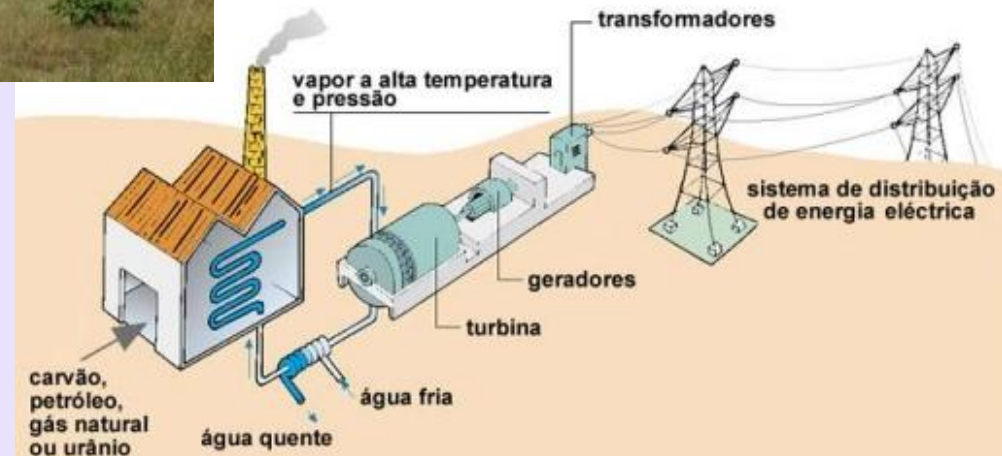
Aplicação (geração de energia hidroelétrica)



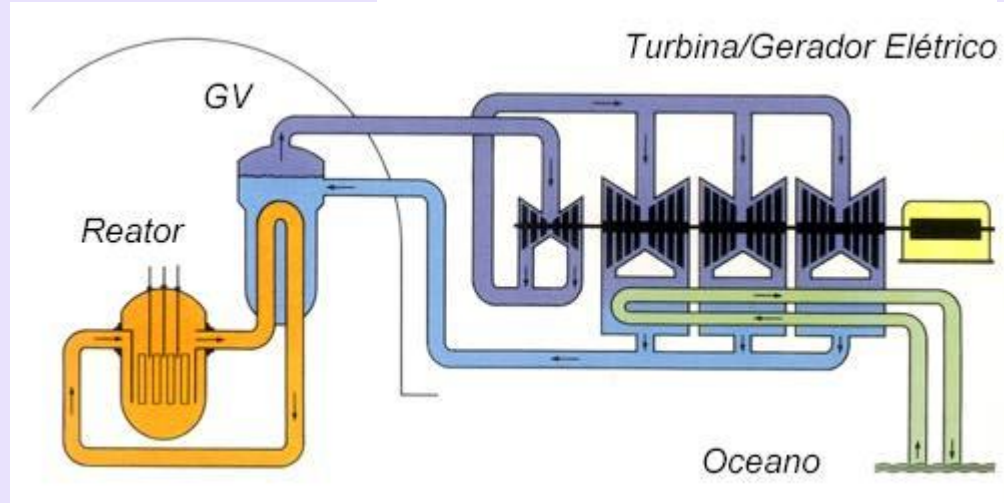
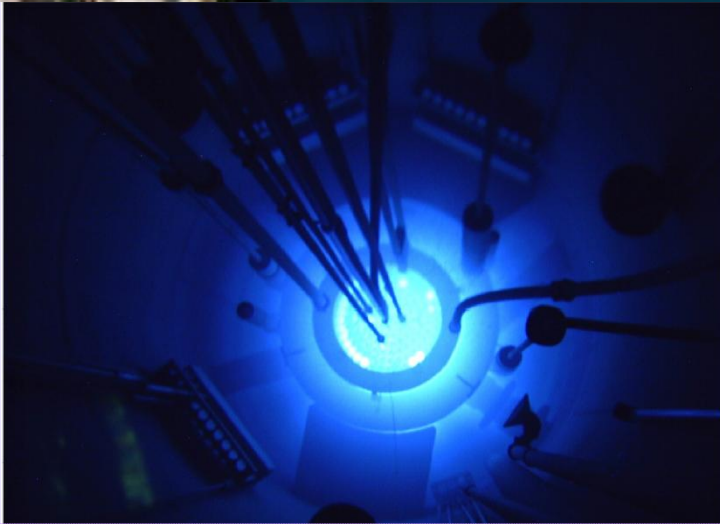
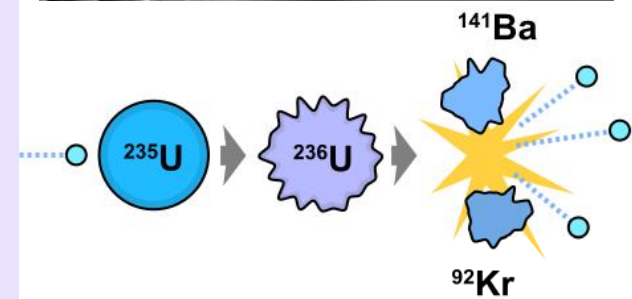
Aplicação (geração de energia eólica)



Aplicação (geração de energia termoeétrica)

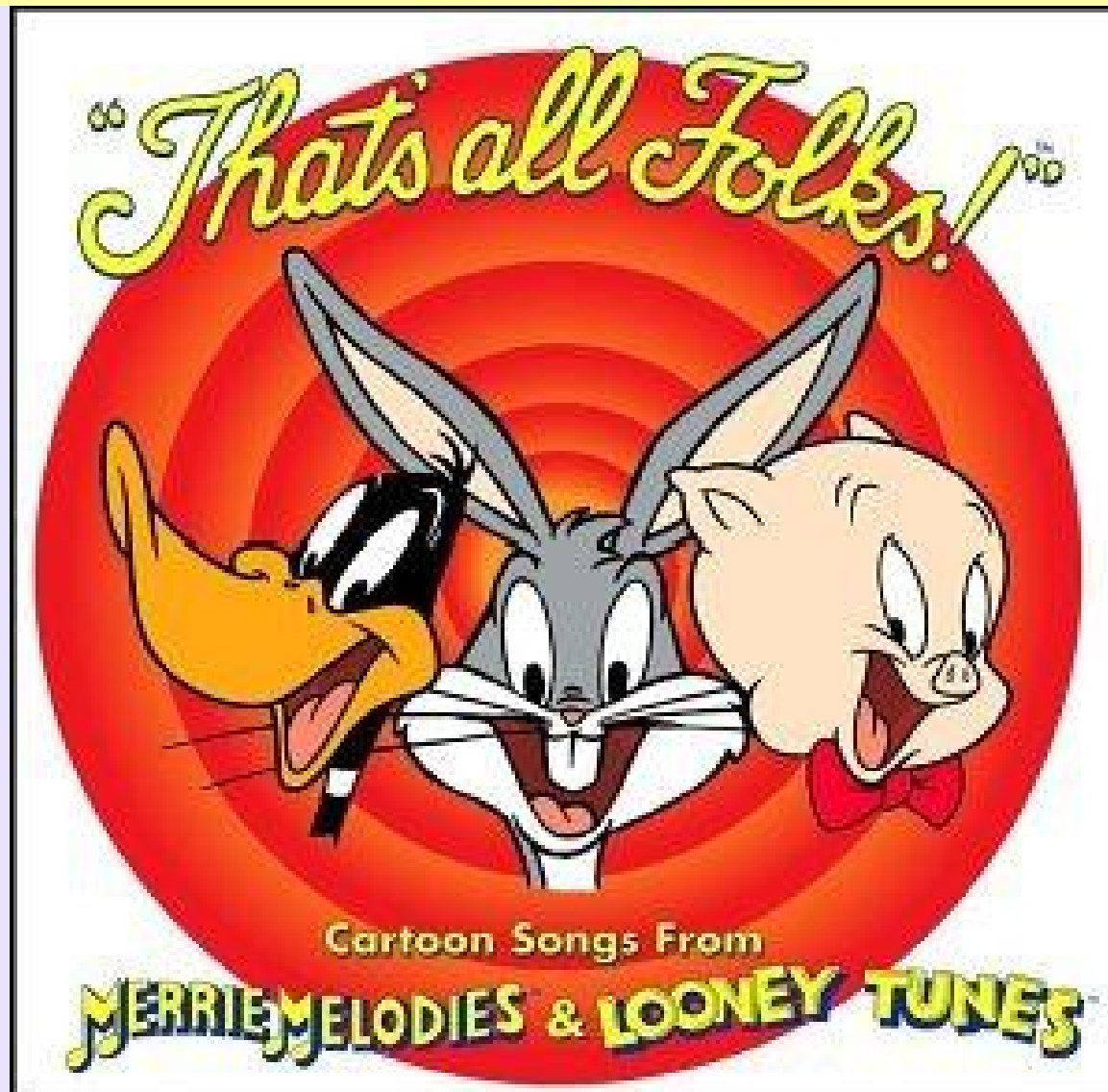


Aplicação (geração de energia nuclear)



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

FIM



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense